

2015-14

فرض 1 دورة 2

أولم علوم رياضية



أحسب النهايات التالية

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - x}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow -3 \\ x > -3}} \frac{2x^2 + 1}{x^2 + 3x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 7x + 2}{x^2 + x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{xE(2x) - 1}{x^2 - 4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \tan^2 x + x \sin 2x}{1 - \cos 3x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + \sqrt{x} - 2}{3x^2 - \sqrt{x} - 2}$$

أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 5x - 6\sqrt{x+2} + 10}{(x+1)^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x + \sqrt{x+3}} - 3}{\sqrt{x - \sqrt{x-2}} - 2}$$



ليكن  $a$  عدداً من  $]0, +\infty[$ .

$$(1) \text{ يبي بالترجح أنه } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^n(ax)}{x^2} = \frac{na^2}{2} \quad (\forall n \in \mathbb{N}^*)$$

$$(2) \text{ استنتج قيمة النهاية } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^5(x\sqrt{13})}{1 - \cos\left(\frac{x}{\sqrt{31}}\right)}$$



ليكن  $a$  عدداً حقيقياً غير منعدم. نعتبر المتتالية  $(U_n)_n$  المعرفة بما يلي :

$$V_n = U_{n+1} - U_n \quad \text{ثم نضع} \quad \begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+2} = \frac{1}{2}a^2 U_{n+1} + (a-3)U_n \end{cases} \quad \text{و } U_1 = 3$$

(1) نأخذ  $a = 2$

أ- تحقق أن المتتالية  $(V_n)_n$  ثابتة و استنتج طبيعة المتتالية  $(U_n)_n$

ب- حدد كل من  $U_n$  و الجمع  $S_n = \sum_{k=0}^{n-1} U_k$  بدلالة  $n$

(2) نفترض أن  $a = -4$

أ- يبي أن المتتالية  $(V_n)_n$  هندسية و حدد  $V_n$  بدلالة  $n$

ب- أحسب الجمع  $T_n = \sum_{k=0}^{n-1} V_k$  بدلالة  $n$  و استنتج  $U_n$  بدلالة